L.7/11/87 Sahline — A.S :2006/2007

Classes $4^{ème}sc_3$&T_1

Devoir de Contrôle N°1

Durée : 2.h

Exercice N°1 :(5 pts)

1/a) Vérifier que $\left(\sqrt{3}-3i\right)=-6-6\sqrt{3}\,i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-\left(\sqrt{3}+i\right)z+2+2\sqrt{3}\,i=0$

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $2i$ et $\sqrt{3}-i$.

a) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes $2i$ et $\sqrt{3}-i$.

b) Placer, dans le plan P les points A et B

c) Soit C le point du plan tel que : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}$. Déterminer l'affixe du point C

d) Montrer que le point C appartient au cercle de centre O et passant par A.

e) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

Exercice N°2: (5pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

On donne les points A, B et D d'affixe respectives $z_A=1+2i$; $z_B=2+4i$ et $z_D=3+i$

1/ Montrer que le triangle ABD est isocèle rectangle en A

2/ Déterminer l'affixe du point C pour que ABCD soit un carré.

3/a) Déterminer l'affixe du point I = B*D

b) Déterminer les ensembles E et F définie par :

$$E=\left\{M(z)\in P \text{ tel que: } \left|z-\frac{5}{2}(1+i)\right|=\frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$$

$$F=\left\{M(z)\in P \text{ tel que: } z=\sqrt{5}\,e^{i\theta}\ ;\ \theta\in[0,\pi]\right\}$$

Problème : (10 pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct R $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

Soit $f: IR \to IR$

$$x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x^2-1}-x & \text{si } x \in [1,+\infty[\\ \dfrac{x^2+3x-3}{x-1} & \text{si } x \in]-\infty,1[\end{cases}$$

et (Γ) sa courbe représentative dans R

I- 1/ Montrer que f est continue sur $[1,+\infty[$

2/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 1

Interpréter graphiquement le résultat.

II- 1/ Vérifier que f n'est pas continue en 1

2/ Soit Δ la droite d'équation y = x + 4

a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-y)$

b) Déterminer pour x < 1 le signe de f(x) - y

III- 1/ Pour x < 1, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.

2/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (Γ) au point E d'abscisse 0

3/ Pour $x \geq 1$, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.

4/ Dresser le tableau de variation de f sur IR